



# Analyse de l'apprentissage du nombre à la maternelle avec les situations fondamentales. Observation de la diffusion des savoirs didactiques auprès des professeurs

Agnès Surjous-Malet

## ► To cite this version:

Agnès Surjous-Malet. Analyse de l'apprentissage du nombre à la maternelle avec les situations fondamentales. Observation de la diffusion des savoirs didactiques auprès des professeurs. Bessot, Annie; Margolinas, Claire; Le Van Tien. Des mathématiques à l'école maternelle, Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh-ville, pp.78-89, 2015. hal-01221900

**HAL Id: hal-01221900**

**<https://hal.science/hal-01221900>**

Submitted on 28 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives| 4.0 International License

## Analyse de l'apprentissage du nombre à la maternelle avec les situations fondamentales.

### Observation de la diffusion des savoirs didactiques auprès des professeurs

MALET Agnès

Laboratoire ACTé

Clermont-Ferrand

[agnes.malet@ac-montpellier.fr](mailto:agnes.malet@ac-montpellier.fr)

#### Résumé

Je m'intéresse à l'enseignement du nombre à l'école maternelle. Ma thèse se situe du côté du professeur (étant moi-même enseignante de formation) et prend appui sur les travaux internationaux qui montrent que les connaissances mathématiques spécifiques des professeurs ont une répercussion favorable sur les résultats des élèves. Je m'intéresse plus précisément à la façon d'analyser les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement du nombre à la maternelle à partir des situations fondamentales plus particulièrement à partir de l'emboîtement des milieux. Les notions de connaissances et de savoirs sont au cœur de cette analyse/. Mon corpus de données est constitué de dix entretiens d'enseignants exerçant en maternelle, d'une micro formation composée d'un cours en didactique des mathématiques diffusée à six des dix enseignants, de six entretiens post micro formation ainsi que de vingt séances filmées dans les cinq classes des enseignants volontaires. L'analyse a priori me conduit à réaliser un « arbre du nombre » décrivant des savoirs, des connaissances, des situations et des procédures sur la cardinalité, l'ordinalité, l'énumération, les numérations (orales, figurées et écrites) et le calcul. C'est à partir de cet arbre que je décris et analyse les programmes de l'école maternelle. Les premiers entretiens des enseignants et les séances de classe. La question de la diffusion oriente mes questionnements vers une formation didactique et épistémologique.

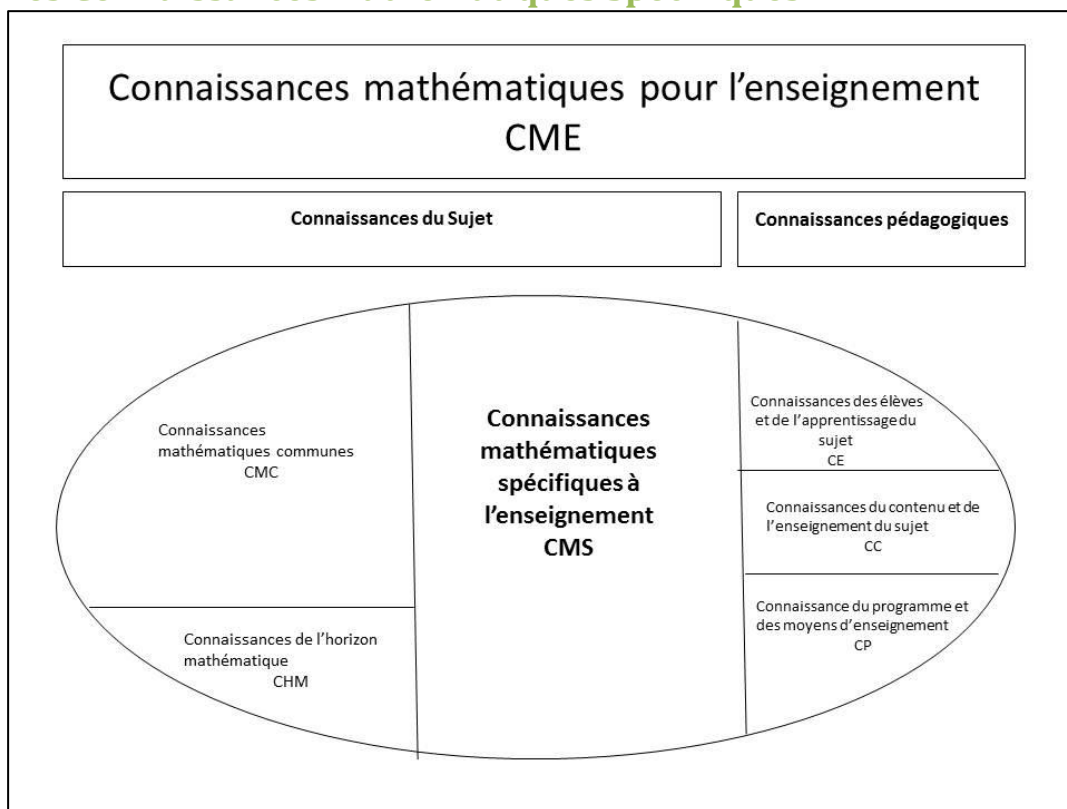
#### Introduction

En orientant notre travail sur le professeur, les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement du nombre à la maternelle seront décrites par le biais des situations fondamentales développées dans la théorie des situations didactiques. L'articulation entre

savoir et connaissance se trouve au cœur de cette réflexion. Après avoir rappelé le cadre théorique, nous décrirons succinctement l'arbre du nombre utilisé dans la description et l'analyse des données. C'est plus précisément l'emboîtement des milieux qui sera la clé de l'observation en choisissant de focaliser notre attention sur les connaissances et surtout sur l'évolution des connaissances des élèves de situation en situation. Une fois obtenu l'arbre du nombre de chaque enseignant en fonction de la description de leurs activités de classe, nous nous interrogerons sur les conséquences d'une diffusion de savoirs didactiques de la branche cardinal-quantité en termes de situations élaborées en classe par le professeur. Décrivons à présent le cadre théorique avec les connaissances mathématiques spécifiques du professeur et la situation fondamentale.

## Un cadre théorique

### Les Connaissances Mathématiques Spécifiques



**Figure 1 : Connaissances mathématiques pour l'enseignement (Clivaz, 2011, p. 28)**

Précisons tout d'abord avec (Clivaz, 2011, p. 27) qu'il s'agit de travaux inhérents à l'enseignement et non pas à l'enseignant. Ce sont bien les connaissances mathématiques pour réaliser l'acte d'enseigner qui sont étudiées et pas le niveau des connaissances mathématiques du professeur.

« Our project seeks to understand and measure mathematical knowledge for teaching-the mathematical knowledge that teachers use in classrooms to produce instruction and student growth. »(Hill, Ball, & Schilling, 2008, p. 374)

Les connaissances mathématiques pour l'enseignement se décomposent en six parties, regroupées sous deux pôles, les connaissances du sujet d'une part et les connaissances pédagogiques du contenu d'autre part.

### **Les connaissances pédagogiques (du contenu)**

Le côté droit de l'ovale contient les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet, les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet et les connaissances du curriculum.

Les connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet sont liées à une connaissance fine des élèves en train d'apprendre c'est-à-dire comment ils pensent, savent ou apprennent un contenu particulier. En ce qui concerne le contenu il s'agit, pour le professeur, de savoir ce qui fait que l'apprentissage d'un objet mathématique spécifique est facile ou difficile pour les élèves. Ces connaissances sont axées sur la compréhension que le professeur a de la façon dont les élèves apprennent un contenu mathématique particulier.

Les connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet s'appuient sur les acquis des élèves, sur la remédiation des erreurs, sur l'utilisation d'un matériel pédagogique adéquat, la préparation de la séquence...

Les connaissances du programme et des moyens d'enseignement correspondent exactement à la catégorisation décrite par Shulman (2007) qui englobe donc les connaissances des programmes, des documents d'accompagnement, des supports vidéo, d'outils divers dans la discipline pour l'année d'enseignement concernée, mais également pour les autres années concernant l'élève dans ses apprentissages ainsi que pour les autres disciplines de façon à pouvoir faire des liens.

### **Les connaissances du sujet**

Ce sont les connaissances de la matière, de la discipline, les connaissances mathématiques dont le professeur dispose. Les connaissances mathématiques communes peuvent être décrites comme des connaissances mathématiques communes au métier de l'enseignement mais aussi à d'autres professions qui emploient également les mathématiques. Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement permettent au professeur de s'engager dans des tâches d'enseignement, elles lui permettent de se représenter les mathématiques, de lui fournir des explications aux procédures et aux règles, de comprendre et d'examiner des solutions

particulières à des problèmes spécifiques. Ce sont des connaissances mathématiques d'une conception nouvelle car elles sont spécifiques au métier de l'enseignement.

Les connaissances de l'horizon mathématique permettent d'appréhender les liens entre différents objets mathématiques.

Les travaux de Ball permettent d'obtenir une catégorisation des connaissances

« propre aux mathématiques et propre à l'enseignement. Elle permet de mettre en évidence les connaissances spécifiquement mathématiques dans des actes d'enseignement, évoqués ou réels(...) (Clivaz, 2011, p. 37)

Ce sont précisément ces connaissances que nous chercherons à analyser dans nos entretiens.

## Les situations fondamentales

Une situation fondamentale

«est un schéma de situation capable d'engendrer par le jeu des variables didactiques qui la déterminent, l'ensemble des situations correspondant à un savoir déterminé. Une telle situation, lorsqu'on peut l'identifier, offre des possibilités d'enseignement mais surtout une représentation du savoir par les problèmes où il intervient permettant de restituer le sens du savoir à enseigner ».(Brousseau, 2010, p. 3)

Les situations fondamentales permettent d'observer et de décrire les connaissances en situation. En jouant sur les variables didactiques, les connaissances évoluent et se développent toujours en référence avec le savoir mathématique. La situation fondamentale est intrinsèquement liée à la notion mathématique c'est-à-dire au savoir, et en même temps elle est l'essence même de l'émergence des connaissances. Pour (Margolinas & Laparra, 2008, p. 10) c'est l'enchaînement des situations et leur imbrication qui détermineront le savoir mathématique visé, elles insistent sur « une programmation des notions rencontrées et une programmation des connaissances et des savoirs construits articulés ». Cette articulation entre savoirs et connaissances est la caractéristique même des situations fondamentales.

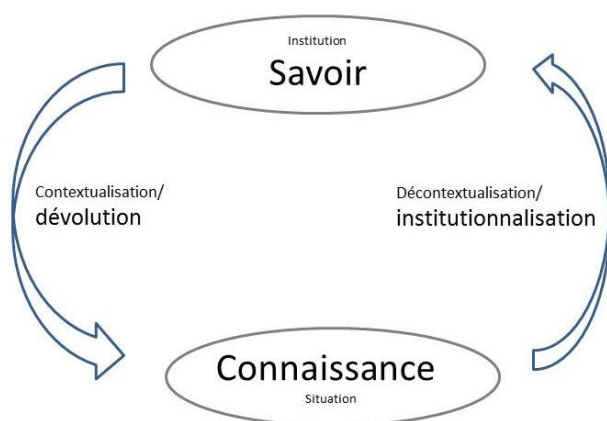
"Admettons que le sens d'une connaissance provient en bonne partie du fait que l'élève acquiert celle-ci en s'adaptant aux situations spécifiques qui lui sont proposées (dévolues). Nous admettrons aussi qu'il existe, pour toute connaissance, une famille de situations susceptible de lui donner un sens correct. (...)Ces situations fondamentales lui permettent de fabriquer assez vite une conception correcte de la connaissance qui pourra s'insérer, le moment venu, sans modifications radicales, dans la construction de nouvelles connaissances." (Brousseau, 1986b, p. 67)

Le concept de situations fondamentales renvoie à une description des connaissances en mouvement, qui vise précisément l'évolution des connaissances. Cette articulation entre savoir et connaissances inhérentes aux situations fondamentales permet également de rendre

compte des savoirs mathématiques et des savoirs didactiques par le biais des variables qui la caractérisent.

### Les connaissances et les savoirs

La distinction entre connaissance et savoir est tout à fait capitale dans la théorie des situations puisque l'enjeu est précisément de permettre le changement de statut des connaissances en savoir et de savoir en connaissances par un va et vient incessant grâce aux processus de dévolution et d'institutionnalisation.



**Figure 22 : Savoir et connaissance (Margolinas & Laparra, 2010, p. 146)**

« Une connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation... Un savoir est d'une autre nature, il s'agit d'une construction sociale et culturelle, qui vit dans une institution et qui est par nature un texte » (Margolinas & Laparra, 2010, p. 145)

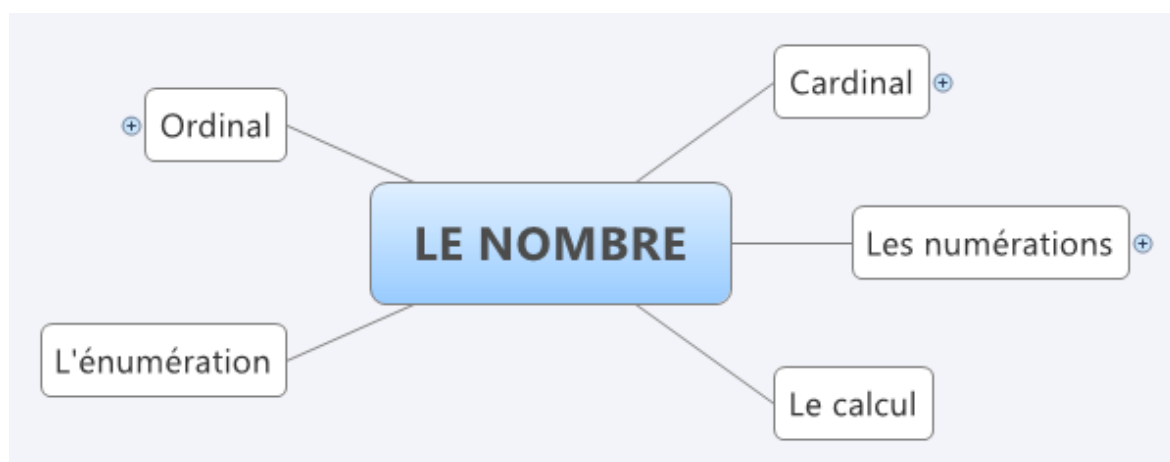
Dans un « projet de transmission » (Margolinas & Laparra, 2010, p. 145) cette distinction est essentielle et indispensable. L'enseignant aura à sa charge la mise en place de la transformation du savoir en connaissance pour l'élève, il créera les conditions favorables à la dévolution puis, dans un processus inverse, il devra permettre le changement de statut de la connaissance en savoir dans un processus d'institutionnalisation.

« Il [y] a ainsi une circulation entre connaissance et savoir, et une complémentarité entre processus d'institutionnalisation et de dévolution » (Margolinas & Laparra, 2010, p. 145)

## LES PREMIERS ENTRETIENS

### L'« arbre du nombre »

Pour construire le nombre à l'école maternelle, différents savoirs mathématiques doivent être enseignés. Au-delà de conceptions différentes qui sous-tendent l'acte d'enseignement, cinq grands savoirs seront à construire par l'élève ou à visiter (Chevallard, 2010).



**Figure 3 - L'arbre du nombre**

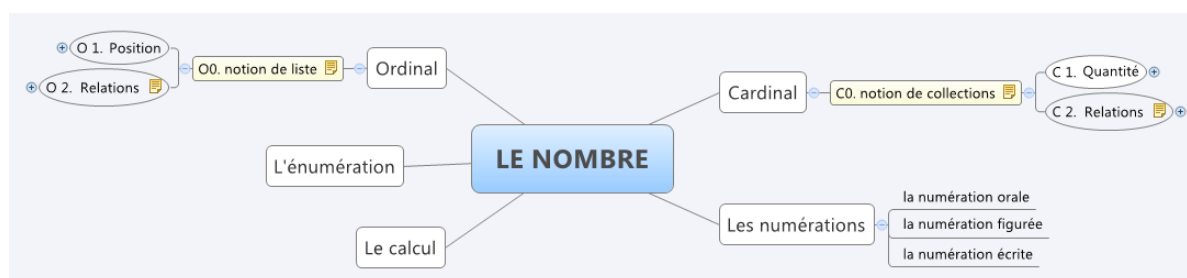
L'aspect cardinal du nombre réfère à la quantité d'éléments d'une collection.

L'aspect ordinal du nombre permet de définir l'ordre dans une succession, de préciser le rang d'un objet dans une collection.

Les numérations correspondent à la numération orale ou parlée, figurée et à la numération écrite. La numération figurée (Margolinas & Wozniak, 2012, p. 105) rend compte de l'importance du schéma comme représentation figurée dans la construction du nombre mais elle prend aussi en compte la part des représentations symboliques sociales ou scolaires. La numération décimale de position écrite chiffrée ne concerne, à la maternelle, que ce qui est relatif à l'écriture et à la lecture des nombres, pas à la production systématique de l'écriture chiffrée.

L'énumération a été développée par (1993). Ce savoir vise l'action de structuration d'une collection qui permet de la parcourir d'une façon ordonnée et contrôlée. . Ce savoir vise l'action de structuration d'une collection qui permet de la parcourir de façon ordonnée et contrôlée.

La branche calcul comprend les problèmes additifs pour l'aspect cardinal et ordinal du nombre.



**Figure 4 - l'arbre du nombre détaillé**

### L'arbre du nombre pour chaque professeur à partir de transana

Les résultats n'étant pas finalisés à ce jour, nous mettrons ici l'accent sur l'exploitation des données à partir du logiciel Transana<sup>1</sup>. Sa particularité demeure dans la présence de repères temporels à insérer dans le texte en fonction de l'analyse souhaitée. Ils unissent la bande

<sup>1</sup> Annexes 1-2

vidéo ou audio avec le texte. L'insertion de ces repères est conçue pour définir des extraits audio ou vidéo (clips) qui donneront lieu à l'analyse qualitative. Un extrait est un passage choisi dans la transcription et est consigné entre deux repères temporels. Ces extraits sont regroupés dans des collections (une pour chaque savoir du nombre : cardinal, ordinal, calcul, énumération et numération orale, numération figurée et numération écrite).

Voici un exemple de résultat obtenu avec transana sur la branche numération orale. Trois mots-clés (compter, dénombrer et suite orale des mots nombres) ont été définis et associés aux extraits des entretiens correspondants et codés comme il suit. L'insertion des repères temporels permet un balayage chronologique de l'entretien via la transcription en fonction des mots-clés.

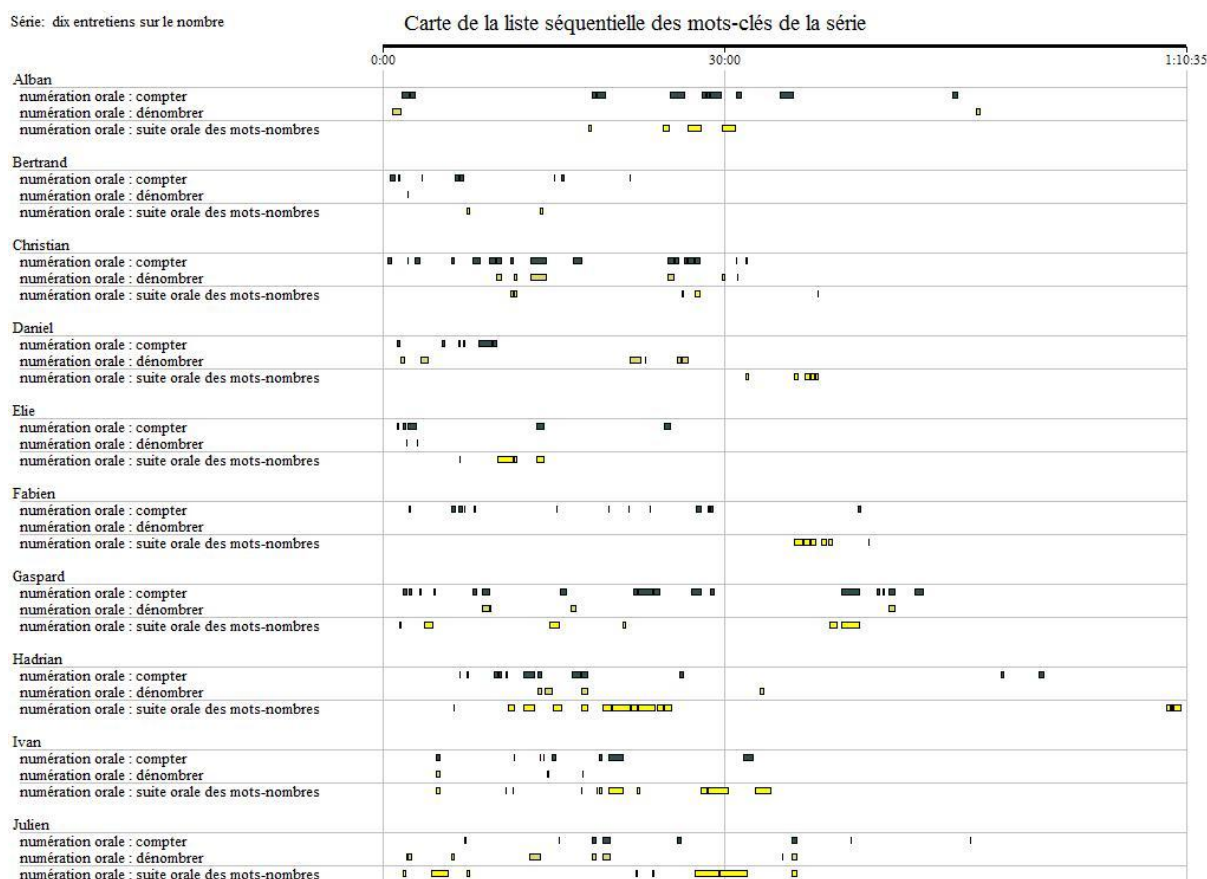


figure 5 : ventilation des entretiens sur la numération orale

## LA DIFFUSION DE SAVOIRS DIDACTIQUES

Notre travail en cours porte sur la diffusion des savoirs didactiques, nous ne pouvons donner ici des résultats, mais nous indiquons la méthodologie adoptée.



## La micro formation

La micro formation est axée sur les concepts didactiques de base, situation d'action, situation de formulation, collection intermédiaire et sur la diffusion des savoirs didactiques concernant l'apprentissage du nombre : les connaissances en situation (situation fondamentale « construire la même quantité »). En choisissant intentionnellement de cibler la micro formation sur une branche spécifique : cardinal-quantité, il s'agit de voir comment le professeur utilise les éléments évoqués en formation, en s'appuyant sur ses connaissances antérieures concernant son enseignement du nombre. Il s'agit bien des connaissances du professeur en situation d'enseignement au service de l'évolution des connaissances des élèves. Nous faisons l'hypothèse que cette micro formation, courte et ciblée sur des apports didactiques est susceptible de faire évoluer certaines connaissances du professeur sur le nombre et de contribuer à la transformation de certaines connaissances du professeur en savoirs légitimes sur le nombre.

	Suite orale des mots nombres
	Subitizing
	Critères de validité
	Situation fondamentale : même quantité que
	TSD / Situation d'action Connaissances de l'action et de la rétroaction
	Introduction et installation du milieu Consigne
	Situation d'action en classe
	Rôle du maître
	Situations de formulation
	Eloignement dans l'espace
	Eloignement dans le temps
	Communication à autrui
	Collection intermédiaire

	Il faut du temps aux apprentissages
	Des quantités suffisantes
	Pas de hiérarchie dans les procédures
	Configurations
	Définition du cardinal

**Tableau 1: découpage de la micro formation en dix-huit points**

### Les séances filmées

Les séances filmées en classe seront analysées à partir de la situation fondamentale sur la quantité « construire une collection de même quantité ». Nous observerons le choix et l'utilisation des variables didactiques par les professeurs ainsi que leurs adaptations à la situation proposée. Le choix du matériel nous intéresse tout particulièrement.

 Ours-maison et panier	 Mathœuf-nœud, cheveux, pantalon et barquette	 Gobelets-paille et barquette
 Assiette-fruits et barquette	 Pots et crayons	

**Figure 6 : matériels utilisés par les professeurs**

### Différents matériels utilisés pour la situation fondamentale « même quantité que »

Nous cherchons à mieux comprendre les phénomènes de diffusion des savoirs et pourquoi pas à proposer des pistes de réflexion pour la formation des enseignants.

### Références

- Ball, D. L. (1988). Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy : examining what prospective teachers bring to teacher education.
- Bessot, A. (2009, XVe école d'été de didactique des mathématiques Clermont-Ferrand du 16 au 23 août 2009). L'ingénierie didactique au coeur de la théorie des situations. Recherches en didactiques des mathématiques, 1.

- Bloch, I. (2002). Différents niveaux de modèles du milieu dans la théorie des situations. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, B. René & R. Floris (Eds.), *Actes de la 11ème école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 125-140). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Briand, J. (1993). L'énumération dans le mesurage des collections. Université de Bordeaux I, Bordeaux. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00494623>
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux : deuxième partie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(1), 37-127.
- Brousseau, G. (1986a). La relation didactique: le milieu 4e école d'été de didactique des mathématiques (pp. 54-68): IREM de Paris 7. [http://math.unipa.it/~grim/brousseau\\_03\\_milieu.pdf](http://math.unipa.it/~grim/brousseau_03_milieu.pdf)
- Brousseau, G. (1986b). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998).
- Chevallard, Y. (2010). La didactique, dites-vous ? *Education et didactique*, Volume 4 - n°1, 139-148.
- Clivaz, S. (2011). Des mathématiques pour enseigner Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Université de Genève.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge : conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of student. *Journal for research in mathematics education*, 39, n°4, 372-400.
- Legrand, M. (1996). La problématique des situations fondamentales. Confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(2), 221-280.
- Luc, J.-N. (1982). *La petite enfance à l'école, 19ème et 20 ème siècles (1829-1981)*. Textes officiels présentés et annotés par Jean-Noë LUC (
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United states*. Mahawah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. (
- Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble La pensée sauvage.
- Margolinas, C. (1995a). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (Ed.), *Les débats de didactique des mathématiques* (pp. 89-102). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Margolinas, C. (1995b). Dévolution et institutionnalisation: deux aspects antagonistes du rôle du maître. In C. Comiti, T. Ngo Anh, A. Bessot, M.-P. Chichignoud & J.-C. Guillaud (Eds.), *Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants* (pp. 342-347). Ha Noi: Maison d'Edition de l'Education.

- Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances : analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques (pp. 141-156). Grenoble La Pensée Sauvage.
- Margolinas, C., Wozniak, F., Canivenc, B., De Redon, M.-C., & Rivière, O. (2007). Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît ! Le cas de l'énumération de la maternelle... au lycée Bulletin de l'APMEP, 471, 483-496. [http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Margolinas\\_entier.pdf](http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Margolinas_entier.pdf)
- Margolinas, C., & De Redon, M.-C. (2008). Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle / école primaire. In A. Rouchier & I. Bloch (Eds.), Perspectives en didactique des mathématiques (pp. cédérom). Grenoble: La pensée sauvage.
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2008). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation, Bordeaux. <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2009). Savoirs invisibles et connaissances cruciales : le cas des mathématiques en maternelle. In C. Passerieux (Ed.), La maternelle. Première école, premiers apprentissages (pp. 99-107). Lyon: Chronique sociale.
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2010). Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. Pratiques, 145-146, 141-160, 141-160.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique. (de boeck ed.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2013). Le nombre comme mémoire de la position. Un révélateur des besoins praxéologiques des professeurs. Cours à l'Ecole d'été des didactiques des mathématiques à Nantes.
- MEN (2008). BO n°3 Numéro Hors-série Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire.
- Salin, M.-H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques (pp. 111-124). Grenoble: La pensée sauvage.
- Schneider, M. (2011). Ingénieries didactiques et situations fondamentales. Quel niveau praxéologique? . In C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.), En amont et en aval des ingénieries didactiques. Grenoble: La pensée sauvage.
- Shulman, L.-S. (2007). Ceux qui comprennent. Le développement de la connaissance dans l'enseignement. Education et didactique, Vol 1- n°1, 97-114.
- Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques un exemple : les structures additives. revue Grand N n°38.

## ANNEXES

### Annexe 1 - Le logiciel transana

Les transcriptions des premiers entretiens et des séances de classe ont été réalisées à l'aide du logiciel Transana. C'est un logiciel de transcription et d'analyse développé par David Wood à l'université du Wisconsin-Madison. Quatre fenêtres sont directement accessibles



**Figure 3 : interface de transana**

Cette disposition privilégie la fluidité des transcriptions en ayant continuellement sur un même écran le son (ou la vidéo) et le texte. Les transcriptions sont facilitées grâce à des raccourcis-clavier qui rendent la saisie plus rapide, la possibilité de moduler la vitesse des paroles est aussi une aide précieuse.